

# Die Frequenzanalyse mit der FFT in der Praxis

*Die Frequenzanalyse mit dem Oszilloskop analysiert und interpretiert das Zeitsignal. Als Werkzeug dient die Fast-Fourier-Transformation, um damit das Zeitsignal aufzuschlüsseln.*

GUNNAR BRESLAWSKI \*



*Vom großen 500-MHz-Oszilloskop der HMO3000-Serie bis zum kleinsten Kompaktgerät mit 70 MHz: Alle Oszilloskope von Hameg der HMO-Reihe bieten die gleichen umfangreichen FFT-Funktionen und FFT-Speichertiefe von 65.536 Punkten*

**G**itarrensaiten, Audio-Verstärker, Filter oder rotierende Wellen – technisch gesehen alles eines: Signalquellen. Und die besitzen beträchtlichen Informationsgehalt. Entschlüsselt wird dieser bei der oszilloskopischen Analyse und Interpretation der Zeitsignale und dient der Entwicklung, Optimierung oder Qualitätsbestimmung mechanischer und elektrischer Komponenten. Ein wichtiges Werkzeug ist hierbei die Fast Fourier Transformation oder kurz FFT. Welche Aussagekraft die Methode bei kontinuierlichen und nicht-kontinuierlichen Zeitsignalen besitzt, welche Möglichkeiten sie bietet und auf welche Fehlerquellen zu achten ist, diesen Fragen wollen wir nachgehen.

Im Kern handelt es sich bei der Frequenzanalyse mittels FFT um die Aufschlüsselung eines Zeitsignals in seine einzelnen Frequenzen. Ist dieses Signal periodisch, liefert die

Analyse ein vollständiges Frequenzspektrum sofern mindestens eine Periode vollständig erfasst wurde. Nicht-periodische Schwingungen müssen theoretisch vollständig erfasst werden, um eine eindeutige Aussage treffen zu können. In der Praxis ist das nicht möglich. Daher unterstützen viele Hersteller moderner Oszilloskope die Analyse mit hilfreichen Funktionen.

## Vom Automobil bis zum Wobbeln

Die Frequenzanalyse kommt nicht nur in der Elektrotechnik zum Tragen: Auch in der Automobilindustrie, der Energieversorgung oder dem Maschinen- und Anlagenbau dient sie der Optimierung rotierender Bauteile oder zur Untersuchung des Verschleißzustands. In der Elektrotechnik zählen das Durchwobbeln von Filtern zur Bestimmung der Übertragungsfunktionen, oder die Prüfung von Audio-Verstärkern auf ihre Verzerrung zu den klassischen Fällen. Da sich das Durchwobbeln von Filtern üblicherweise mit der XY-Funktion von Oszilloskopen messen

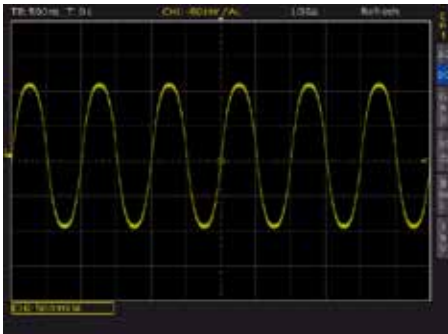
lässt, soll dieses Beispiel hier nicht weiter vertieft werden. Dennoch stellt die FFT-Analyse bei niedrigen Frequenzen eine Alternative zu diesem Verfahren dar und ist in puncto Anforderungen an die Messgenauigkeit und Frequenzstabilität mindestens gleichwertig oder überlegen. Viele klassische Spektrumanalysatoren sind dazu nicht in der Lage, da sie die tiefen Frequenzen nicht erreichen. Das im Weiteren für alle Screenshots verwendete Messgerät von Hameg der Serie HMO3000 bildet eine Ausnahme: Es lässt sich mit aktivierter Hüllkurve so konfigurieren, dass die gesamte Frequenzanalyse in einem Schritt durchlaufen werden kann.

## Der Praxisfall 1 – das periodische Signal

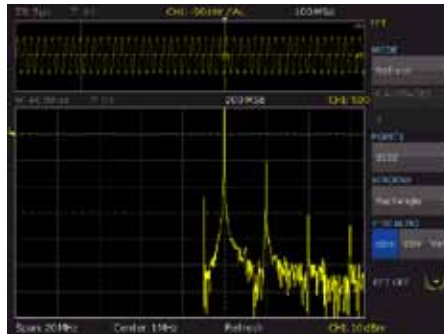
Selbst sehr gute Audio-Verstärker verzerren aufgrund der nicht-linearen Kennlinien ihrer Bauteile die eingehenden Signale. Der Klirrfaktor dient als Kenngröße, um diese Verzerrung in Zahlen zu fassen. Bestimmt wird er heute vielfach mittels digitaler Klirrfaktormessbrücken, die aus einem Signalge-

\* Gunnar Breslawski

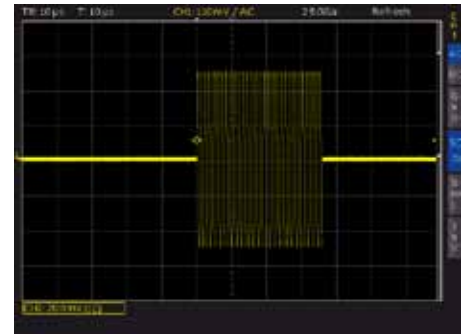
... ist seit vielen Jahren Entwicklungsingenieur im Bereich Embedded Systems.



**Bild 1:** Ein auf den ersten Blick verzerrungsfreies Sinussignal mit 1 MHz und 1 V Amplitude



**Bild 2:** Das Frequenzspektrum entlarvt die Verzerrung des Sinussignals



**Bild 3:** Beispiel eines nicht-periodischen Zeitsignals ( $f = 1 \text{ MHz}$  und 36 Zyklen)

nerator zur Erzeugung der Grundschwingung, dem Testobjekt sowie einem FFT-Analysator bestehen. Moderne Oszilloskope sind hier klar im Vorteil: Sie decken ein deutlich weiteres Frequenzband ab und lassen Untersuchungen bis in den Megahertzbereich zu. Damit bleiben Klirrfaktorbestimmungen nicht auf den Audiobereich begrenzt. Auch andere Signalverstärker können damit untersucht werden. Unabhängig vom verwendeten Messgerät lassen sich aus den erhaltenen Frequenzspektren schließlich die Effektivwerte der einzelnen Harmonischen ablesen und der Klirrfaktor berechnen.

Die Verzerrung von Eingangssignalen ist mit bloßem Auge oft nicht zu erkennen. So sieht das in Bild 1 dargestellte Sinussignal mit einer Frequenz von 1 MHz und einer Amplitude von 1 V verzerrungsfrei aus. Erst das Frequenzspektrum aus Bild 2 zeigt weitere Harmonische, die als Oberschwingungen bei Vielfachen der Grundfrequenz auftreten. Nach dem Hauptsignal mit einer Frequenz von 1 MHz folgen die weiteren Harmonischen mit abnehmendem Pegel bei 2, 3 und 4 MHz.

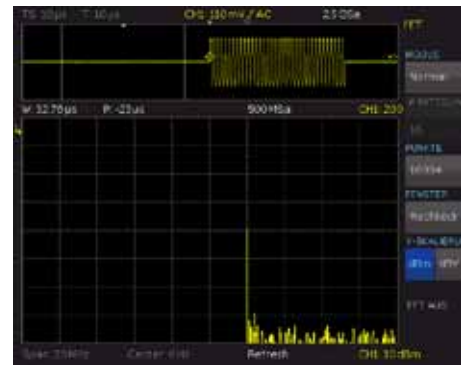
### Der Praxisfall 2 – nicht-kontinuierliche Signale

Was passiert, wenn kein periodisches Eingangssignal vorliegt? Die meisten Geräte können das Spektrum per Trigger zum richtigen Zeitpunkt auszulösen, um es später im gestoppten Modus zu untersuchen. Viele Oszilloskope mit FFT-Funktionalität berechnen das Spektrum dann jedoch nur ein einziges Mal und legen das Ergebnis im Speicher ab. Das zugrundeliegende Zeitsignal wird für die Berechnung nicht mehr genutzt. Damit ist eine Untersuchung von Teilbereichen nicht mehr möglich. Anders das hier verwendete Hameg-Gerät der HMO-Serie: Da die FFT auch bei bereits gespeicherten Signalen aktiv ist, lassen sich beliebige Ausschnitte der im Single-shot- oder Stoppmodus erfassten Signale nachträglich mit variabel wählbarer Fensterbreite untersuchen. In Bild 3 ist ein

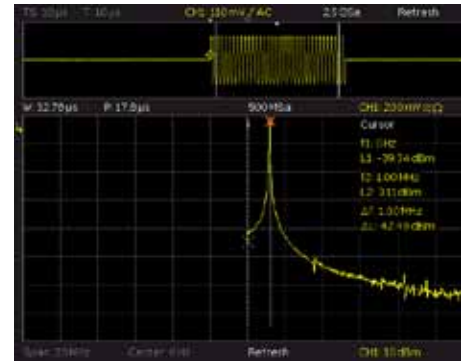
solches nicht-periodisches Signal dargestellt.

Zur Analyse empfiehlt es sich, das Messfenster (oberer Bildbereich) zunächst außerhalb des Sinusburst zu platzieren (Bild 4). Das Spektrum (unterer Bildbereich) zeigt einen Rauschteppich, da innerhalb des Messfensters keine Signalanteile liegen. Wird nun das Messfenster nach rechts verschoben, so dass es den Sinus komplett abdeckt, zeigt der Cursor eine Frequenz von genau 1 MHz an (Bild 5). Dabei tritt die Spektrallinie sauber aus dem Spektrum hervor, ohne dass sich weitere Linien zeigen. Wird das Messfenster nun so verschoben, dass sich die Nulllinie in der einen Hälfte und einige Zyklen des Sinus in der anderen Hälfte des Fensters befinden, entsteht folgendes Spektrum (Bild 6).

Rechts und links der 1 MHz-Spektrallinie zeigen sich nun Nebenzipfel, die auf den Einfluss der harten Grenze zwischen Nulllinie und Sinuszyklen zurückgehen. Bei allen gezeigten Schritten liegt das Zeitsignal im Speicher (STOP-Modus aktiv), während die FFT je nach ausgewähltem Fenster das Spektrum permanent neu berechnet. Genau diese Eigenschaft ermöglicht den chronologischen



**Bild 4:** Messfenster (2 weiße vertikale Linien im oberen Bildbereich) außerhalb des Sinusburst

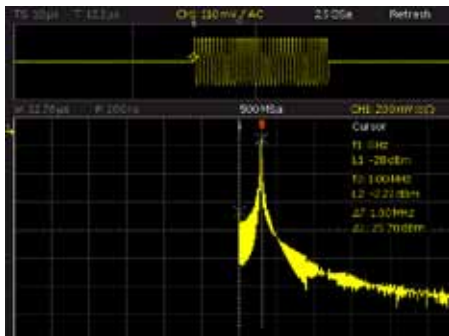


**Bild 5:** Messfenster komplett über Sinusburst

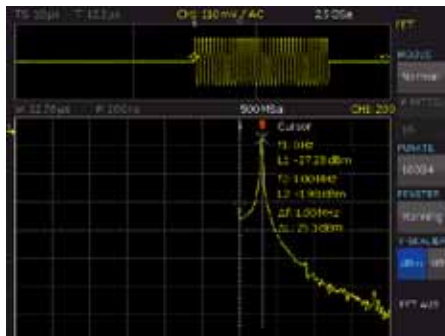
## Worauf bei der FFT zu achten ist

Die FFT bietet zahlreiche Möglichkeiten, Zeitsignale schnell und sicher zu untersuchen. In der Praxis sollte man auf einige Faktoren achten: Ist etwa die Anzahl der Punkte bei den verwendeten Oszilloskopen auf wenige 2er-Potenzen begrenzt oder sogar konstant, sind die Messmöglichkeiten stark eingeschränkt. Das hier verwendete Modell der HMO-Serie von Hameg Instruments stellt mit 65.536 Punkten ausgezeichnete FFT-Analysemöglichkeiten zur Verfügung und bietet dazu

umfangreiche Cursormessfunktionen. Die Darstellung von Zeitsignal, Messfenster, Analysebereich der FFT und Ergebnis auf einem Bildschirm erleichtert zusätzlich das Ausmessen von Spektren. Wichtig ist die Option, verschiedene Fenster auf dasselbe Signal anwenden zu können. In Verbindung mit der variablen Positionierung des Messfensters im Zeitsignal lassen sich die Rauschteile unterdrücken sowie potenzielle Fehlerquellen wie Leakage oder Smearing weitgehend vermeiden.



**Bild 6:** Messfenster nur zu 50 Prozent über Sinusburst



**Bild 7:** Spektrum bei Fensterung mit Hanning-Fenster anstelle des Rechteckfensters

Verlauf des Spektrums quasi online zu analysieren. Der letzte Screenshot soll nun als Grundlage für ein weiteres Experiment dienen: die Auswirkung verschiedener Fenster auf ein Frequenzspektrum. Bei allen gezeigten Beispielen wurde das Rechteckfenster angewendet. Es erfasst die Frequenzen mit hoher Genauigkeit, leidet jedoch unter einem etwas stärkeren Rauschen. Der störende Einfluss lässt sich mit dem Hanning-Fenster unterdrücken. Die positive Auswirkung auf das Spektrum ist sofort erkennbar (Bild 7). Das Beispiel zeigt den Vorteil der Online-Berechnung sämtlicher FFT-Funktionen im STOP-Modus: Alle Operationen lassen sich auf ein einziges, aufgezeichnetes Signal anwenden, welches im Samplespeicher unbegrenzt zur Verfügung steht.

### Die Grenzen der Fast-Fourier-Transformation

Neben den Stärken birgt die FFT auch Grenzen. Dazu zählt das Smearing. Der Effekt geht auf das Messverfahren selbst zurück und führt zu einem „verschmieren“ des Frequenzspektrums. Die Ursache liegt in der Fensterung des Zeitsignals: Durch die Wahl

von Fensterbreite und Abtastrate ist die Anzahl an Messpunkten definiert. Das beschnittene Zeitsignal ist mathematisch eine Multiplikation des Zeitsignals mit dem Fenster. Da sich beim Beschneiden in der Regel keine vollständig abgeschlossenen Sinusschwingungen erfassen lassen, treten an den Rändern des Spektrums kleine Signale auf. Da die FFT immer nur auf einen Ausschnitt des Zeitsignals angewendet wird, lässt sich dieser Smearing-Effekt nie ganz verhindern. Abhilfe schaffen verschiedene Fenster. Eine zweite Fehlerquelle der FFT liegt im Leakage-Effekt, der auf die Fensterung zurückgeht. Entspricht die Dauer des gewählten Messfensters nicht einem ganzzahligen Vielfachen der Signalperiode, entstehen neue Spektrallinien, deren Sinusschwingungen real nicht vorhanden sind. Da das Spektrum „leckt“, ist eine verlässliche Aussage über die tatsächlichen Spektralkomponenten des Signals nicht möglich. Durch die Vergrößerung des ausgewählten Fensters lässt sich dieser Effekt minimieren. // HEH

Hameg  
+49 (0)6182 8000

**PRAXIS  
WERT**

## Grundlagen der Fast-Fourier-Transformation

Zeitsignale bestehen in der Regel aus vielen Sinusschwingungen (Harmonischen), deren Frequenzen und Amplituden das Signal charakterisieren. Die Fourier-Transformation schlüsselt das Zeitsignal in sein Frequenzspektrum auf, so dass die Harmonischen abgebildet werden. Mathematisch erfolgt das nach folgender Formel:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt$$

Nicht-kontinuierliche Signale bilden das andere Extrem: Aufgrund ihrer Aperiodizität enthalten sie unendlich viele Harmonische mit unterschiedlichen Amplituden. Folglich sind auch die Fourier-Spektren nicht-kontinuierlich. Eine potenzielle Fehlerquelle liegt in der Praxis darin, dass Signale immer über ein definiertes Zeitfenster betrachtet werden. Die Einstellung von Zeitfenster und Abtastrate bestimmen letztlich die Aussagekraft der Analyse. Informationen gehen bei der FFT bis auf die Phasenlage nicht verloren. Und das obwohl die Datenmenge erheblich reduziert wird. Der Schlüssel dazu liegt in der stufenweisen Zerlegung der Summenformel. Von Stufe zu Stufe wird dabei die Anzahl der Abtastwerte halbiert, so dass der Rechenaufwand auf zum Teil weit unter 1% sinkt.

## Differenzdrucksensoren

- Sehr langzeitstabil, kein Nullpunktdrift
- Hohe Sensibilität und herausragende Wiederholgenauigkeit
- Für sehr kleine Druckdifferenzen
- Verschiedene Versionen erhältlich (tiefe Messbereiche, geringer Energieverbrauch, zertifizierte Eigensicherheit, Durchflussmessung mittels Bypass-Konfiguration)



[www.sensirion.com](http://www.sensirion.com)

**SENSIRION**  
THE SENSOR COMPANY